

# LEČE

## 1 UVOD

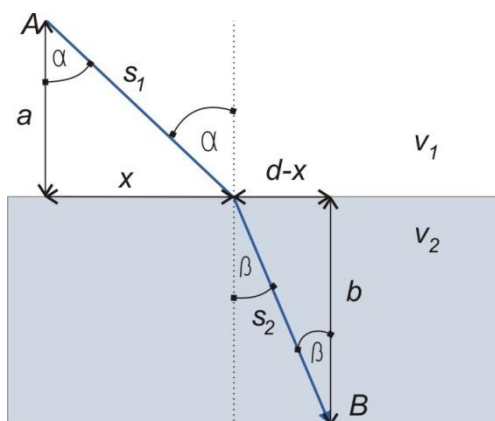
Svetlobni žarek prehaja iz ene snovi v drugo. Hitrosti širjenja valovanja v obeh snoveh sta različni. Na mejni ploskvi med obema snovema se žarek lomi. Ravna se po Fermatovem zakonu. Izbere tisto pot, ki ga najhitreje popelje do izbrane točke v drugi snovi.

Lom svetlobe, ki se manifestira v različnosti vpadnega in lomnega kota uporabljajo številne optične naprave in inštrumenti. To so planparalelne plošče, ki vzporedno premikajo žarek, optične prizme in leče.

Povzeti so zakoni in enačbe, ki jih uporabljamo v praktičnih primerih loma svetlobe. V primeru leč si lahko zamislimo, da je leča izsek iz dveh krogel z enakima ali različnima radijema ali kombinacija krogelnega izseka in planparalelne plošče. Izračunane so goriščne razdalje za različne leče in podan primer uporabe.

## 2 LOMNI ZAKON

Lomni zakon izpeljemo za primer loma svetlobe na ravni plošči (ravni diopter).



Slika 1 Lom svetlobe

Definirajmo vpadni in lomni kot. Vpadni kot je kot med vpadnim žarkom in pravokotnico (normalo) na ploskev, lomni kot je kot lomnim žarkom in pravokotnico na ploskev.

Žarek se na mejni ploskvi lomi. Vpadni in lomni kot nista enaka. Lomni zakon lahko izpeljemo tako, da poiščemo minimalni čas, potreben za pot žarka iz točke A v točko B po sliki 1. (Fermatov princip).

$$t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}{v_2}$$

Minimum časa dobimo, ko prvi odvod funkcije časa po  $x$  izenačimo z nič. Dobimo:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2x}{2v_1\sqrt{a^2+x^2}} + \frac{-2(d-x)}{2v_2\sqrt{b^2+(d-x)^2}} = 0$$

$$\frac{x}{v_1 \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{(d-x)}{v_2 \sqrt{b^2 + (d-x)^2}}$$

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin \beta}{v_2}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{c} \cdot \frac{c}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

To je lomni zakon ali Snellov zakon refleksije.

V kolikor so koti majhni, lahko zamenjamo sinus kota s samim kotom (v radianih) in dobimo t. im. paraksialni približek:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

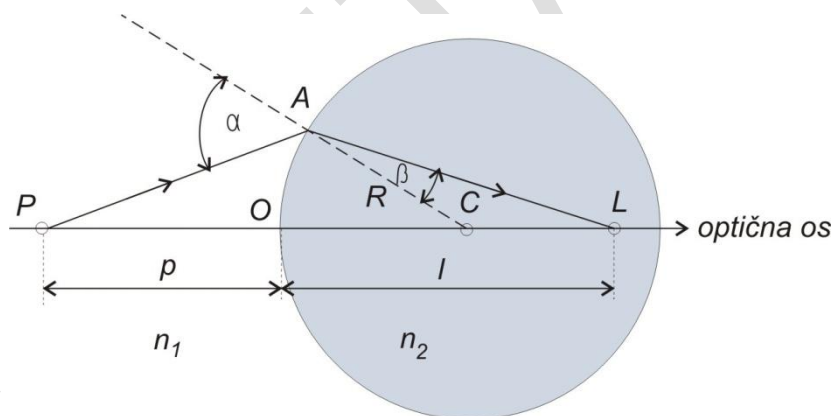
Lomni količnik  $n$  pove, kolikokrat gre svetloba hitreje v vakuumu kot v snovi:

$$n = \frac{c}{v} \quad (3)$$

### 3 LOM SVETLOBE NA KROGLI

V naslednjem koraku, si zamislimo, da je meja med dvema snovema plašč kroglice. Središče kroglice je  $C$ , njen radij  $R$ . Žarek, ki izhaja iz točke  $C$  vpade pod kotom  $\alpha$  v točko  $A$  ter se lomi pod kotom  $\beta$ . V točki  $L$  ponovno seka optično os. Točka  $O$  se imenuje teme.

#### 3.1 Enačba loma na krogli



Slika 2 Lom svetlobe na krogli

Z geometrijsko analizo slike 2, ob predpostavki, da sta kota majhna (sinus kota je enak kotu) in uporabo lomnega zakona dobimo:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{l} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (4)$$

To je med najpomembnejšimi zakoni v sferni optiki. Zakon je univerzalen. Če se žarki razpršijo (divergirajo), je slika navidezna in ima negativni predznak. Prav tako je oddaljenost navidezne slike od temena negativna vrednost, negativen je tudi radij vbočene (konkavne) krogle.

Veličina na desni strani enačbe (4) se imenuje dioptrijska jakost sferične površine  $D$ .

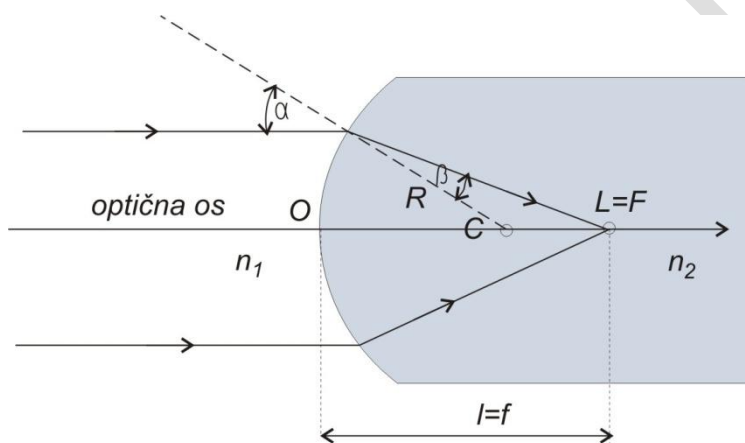
$$D = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (5)$$

### 3.2 Gorišče krogle

Predstavljajmo si, da padajo na stekleno kroglo vzporedni žarki zelo oddaljenega predmeta. Zaradi oddaljenosti so žarki vzporedni. Vsi žarki se znotraj krogle sekajo v eni točki, ki jo imenujemo gorišče. Gorišče torej dobimo, če vstavimo v enačbo (4)  $p = 0$  in  $l = f_2$ . Dobimo:

$$f_2 = R \frac{n_2}{n_2 - n_1} = \frac{n_2}{D} \quad (6)$$

Za  $D$  smo v (6) vstavili enačbo (5)

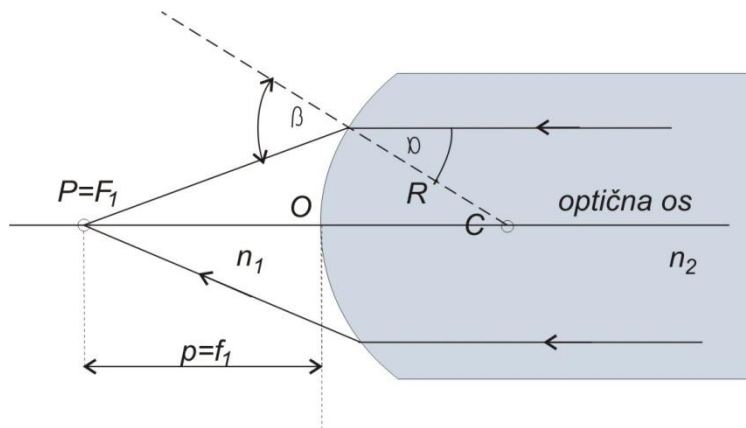


Slika 3 Goriščna razdalja krogelne leče.

Če so žarki znotraj krogle vzporedni, dobimo sliko 4. Sedaj velja, da je  $l = \infty$  in  $p = f_1$ .

Pri tem se imenuje  $f_1$  prva glavna goriščna razdalja in  $F$  prvo glavno gorišče. Dobimo

$$f_1 = R \frac{n_1}{n_2 - n_1} = \frac{n_1}{D} \quad (7)$$



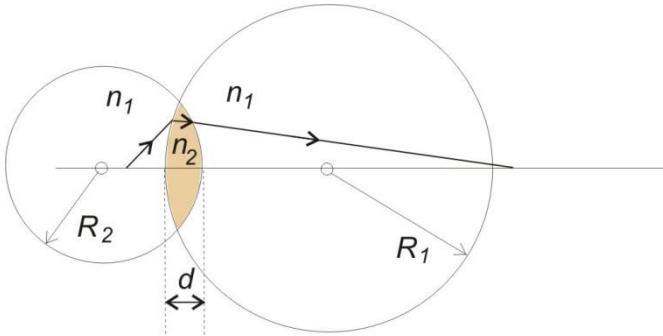
Slika 4 Prva glavna žariščna razdalja

SATCITANANDA

## 4 LEČE

### 4.1 Dioptrijska jakost dveh krogel

Leče sestavljamo s pomočjo dveh krogel s krivinskima radiema  $R_1$  in  $R_2$ , kot kaže slika 6. Če je eden od obeh radijev neskončen, je ploskev ravna.



Slika 6 Leča je kombinacija dveh krogelnih izsekov

Dioptrijska jakosti obeh površin sta:

$$D_1 = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad (8)$$

$$D_2 = \frac{n_1 - n_2}{R_2} = -\frac{n_2 - n_1}{R_2} \quad (9)$$

Dioptrijska jakost leče debeline  $d$  po sliki 6 lahko izračunamo po Gullstrandova enačbi:

$$D = D_1 + D_2 - D_1 D_2 \frac{d}{n_2} \quad (10)$$

Vzemimo primer, da je leča na zraku  $n_1 = 1$  in da je lomni količnik snovi, iz katere je leča  $n$ . V enačbo (10) vstavimo enačbi (8) in (9) in dobimo:

$$D = (n - 1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{n R_1 R_2} \right] \quad (11)$$

Če je razdalja  $d$  majhna v primerjavi z radijema  $R_1$ ,  $R_2$  dobimo enačbo za tanko lečo:

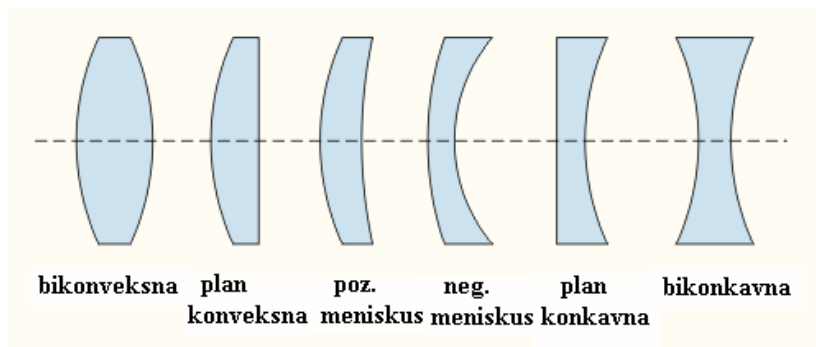
$$D = (n - 1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \quad (12)$$

Dioptrijska jakost in goriščna razdalja sta med sabo povezani:

$$D = \frac{n_1}{f} \quad (13)$$

Če je leča na zraku, je  $n_1 = 1$  in  $D = \frac{1}{f}$ .

## 4.2 Vrste leč



Slika 7 Različne leče, sestavljene iz dveh krogelnih površin:

Enačbe za različne leče dobimo, če vstavimo v enačbo (11) ali (12) ustrezne krivinske radije.

- Za bikonveksno lečo vstavimo  $R_1 > 0$  in  $R_2 < 0$  in  $f > 0$
- Za plankonveksno lečo vstavimo  $R_1 > 0$  in  $R_2 = \infty$  in  $f > 0$
- Za pozitivni meniskus vstavimo  $R_1 > 0$  in  $R_2 > 0$  in  $f > 0$
- Za negativni meniskus vstavimo  $R_1 > 0$  in  $R_2 > 0$  in  $f < 0$
- Za plankonkavno lečo vstavimo  $R_1 = \infty$  in  $R_2 > 0$  in  $f > 0$
- Za bikonkavno lečo vstavimo  $R_1 < 0$  in  $R_2 > 0$  in  $f < 0$

## 5 PRIMER BIKONVEKSNE LEČE

Tanka steklena ( $n = 1,5$ ) bikonveksna leča ima obojestranski krivinski radij 25 cm. Kolikšna sta dioptrija in goriščna razdalja, če je leča na zraku.

Kje je in kako visoka je slika predmeta, če je predmet visok 10 cm in je postavljen 50 cm pred lečo?

$$n = 1,5$$

$$R = 25 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

$$P = 10 \text{ cm}$$

$$p = 50 \text{ cm}$$

$$D, f = ?$$

$$L, l = ?$$

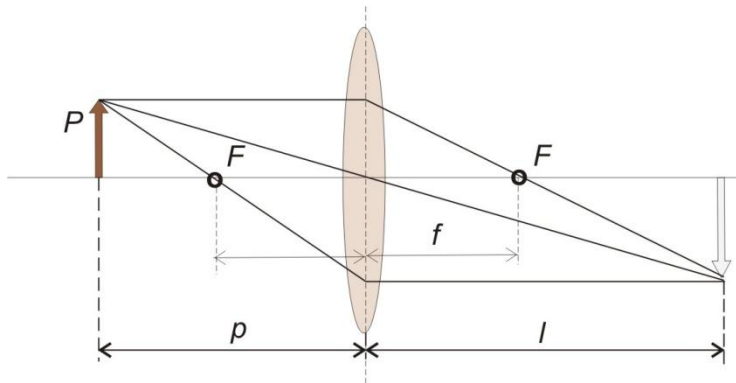
$$D = (n - 1) \frac{2}{R}$$

$$\underline{D = 3,3 \text{ m}^{-1}}$$

$$f = \frac{1}{D}$$

$$\underline{f = 0,3 \text{ m}}$$

Preslikava:



Slika 8 Preslikava leče

S pomočjo podobnih trikotnikov bi dobili enačbe za preslikavo:

$$\frac{P}{p} = \frac{L}{l} \Rightarrow L = P \frac{l}{p}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{l} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow l = \frac{fp}{p-f}$$

$$\underline{l = 0,75 \text{ m}}$$

$$\underline{L = 15 \text{ cm}}$$

## 6 ZAKLJUČEK

V nalogi so bile povzete glavne enačbe, ki se nanašajo na lom svetlobe pri prehodu iz ene snovi v drugo snov, ki ima različno hitrost širjenja svetlobe. S pomočjo Fermatovega zakona na primeru ravne plošče (ravni dioptra) izpeljemo lomni zakon imenovan tudi Snellov zakon refleksije.

Seveda zakon velja tudi za drugačne mejne ploskve. Podan je primer sfernega dioptra, kjer z uporabo lomnega zakona in geometrije preslikave pridemo do splošne enačbe preslikave. Enačba velja za konveksne in konkavne mejne ploskve. Določena je tudi dioptrijska jakost in goriščna razdalja sfernega dioptra.

V primeru dveh diptrov uporabimo Gullstrandovo enačbo za izračun dioptrijske jakost kombinacije. S to enačbo lahko izračunamo dioptrijo in goriščne razdalje za razne vrste leč, upoštevati moramo le velikost in predznak krivinskega radija ter razdaljo  $d$  med diptroma. Če je razdalja  $d$  glede na krivinski radij zanemarljiva, dobimo enačbe tanke leče.

Podan je primer izračuna konveksno konveksne leče ter primer preslikave za izračunano lečo.

## 7 BIBLIOGRAFIJA

Zapiski predavanj prof. dr. Mladen Martinis: Geometrijska optika za studente studija Očna optika na VVG-u 2010.

Hribar, M., Kocijančič, S., Likar, A., Oblak, S., & Pajk, V. (2005). *Elektrika, svetloba, snov*. Ljubljana: Modrijan.

Kladnik, R. (1997). *Energija, toplota, zvok, svetloba*. Ljubljana: DZS.

Kuščer, I., & Moljk, A. (1985). *FIZIKA MEHANIKA*. Ljubljana: DZS.

Kuščer, I., Moljk, A., & Peternelj, J. (1999). *Fizika za srednje šole*. Ljubljana: DZS.

Strnad, J. (2004). *Mala fizika 2*. Ljubljana: DZS.