

Rudolf Kladnik:

Fizika za srednješolce

Energija, toplota, zvok, svetloba

Nihanje in valovanje (8) - Nihala

Stran 126, naloga 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Stran 126, naloga 1

Kolikšno utež moramo obesiti na prožno zmet s konstanto 1,2 N/cm, da niha z nihajnim časom 0,52 s?

$$k = 1,2 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 120 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$t_0 = 0,52 \text{ s}$$

$$m = ?$$

Razlaga

Pri vzmetnem nihalu se pretvarja prožnostna energija raztegnjene (ali stisnene) vzmeti v kinetično in obratno:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2}$$

Tu je m masa, v_0 temenska vrednost hitrosti in x_0 temenski odmik od ravnovesne lege - amplituda

Vstavimo $v_0 = \omega x_0$ in dobimo:

$$m\omega^2 x_0^2 = kx_0^2$$

Dobimo krožno frekvenco ω , frekvenco ν in nihajni čas t_0 :

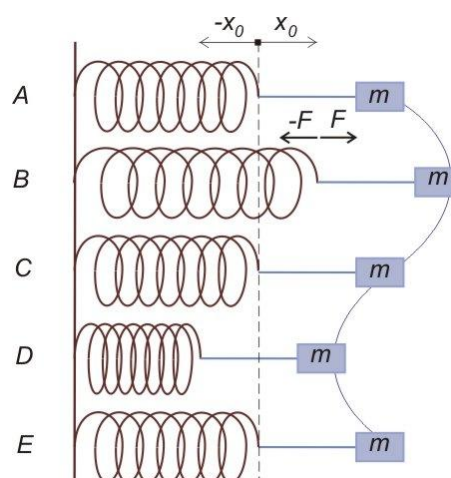
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Enak rezultat dobimo s pomočjo 2. Newtonovega zakona. Sila vzmeti, ko jo napnemo in premaknemo iz ravnovesne lege za x_0 povzroči, da se prične gibati masa s pospeškom a .

$$-F = -ma$$

$$-kx_0 = -m\omega^2 x_0 \quad \text{oziroma} \quad k = m\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Rešitev:

$$m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{kt_0^2}{4\pi^2}$$

$$m = \frac{120 \cdot 0,52^2}{4\pi^2} \left[\frac{N s^2}{m} = \frac{kg m}{s^2} \cdot \frac{s^2}{m} = kg \right]$$

Stran 126, naloga 2

Utež visi na prožni vzmeti. Kolikšno utež ji moramo dodati, da se nihajni čas podvoji?

Rešitev:

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$2t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{4m}{k}}$$

Če želimo podvojiti nihajni čas, moramo maso povečati štiri krat.

Utež z maso 1,2 kg položimo na gladko vodoravno podlago in jo na obeh straneh pritrdimo na prožno vzmet; leva vzmet ima konstanto 0,7 N/cm, desna pa 0,3 N/cm. S kolikšno frekvenco niha utež?

$$m = 1,2 \text{ kg}$$

$$k_1 = 0,7 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 70 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$k_2 = 0,3 \frac{\text{N}}{\text{cm}} = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\nu = ?$$

Razlaga

Ko premaknemo maso m za x_0 v desno, napnemo levo vzmet s silo $F_1 = k_1 x_0$ in desno vzmet skrčimo s silo $F_2 = k_2 x_0$. Po tretjem Newtonovem zakonu sta sili vzmeti usmerjeni v nasprotno smer od smeri napanjanja oz. krčenja (sta negativni) in se seštejeta. Skupna sila povzroči, da se prične gibati masa m z maksimalnim pospeškom $a_0 = \omega^2 x_0$.

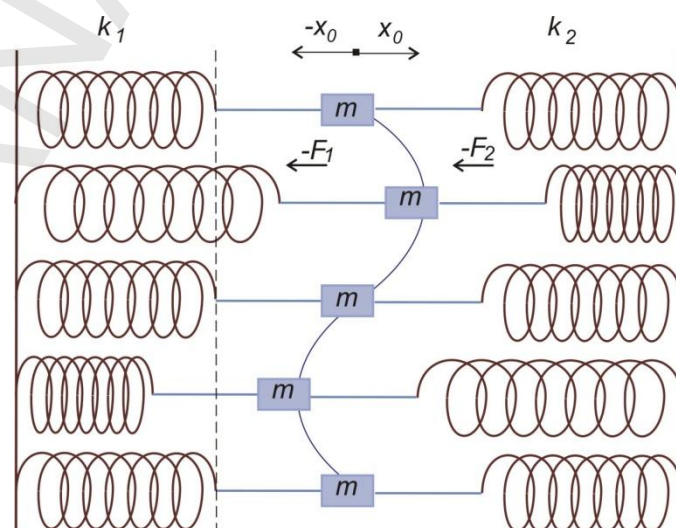
$$-F_1 - F_2 = -ma_0$$

$$-k_1 x_0 - k_2 x_0 = -m\omega^2 x_0$$

Sledi:

$$k_1 + k_2 = m\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}, \quad t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$$



Rešitev:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(70+30) \text{ kg m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m} \cdot 1,2 \text{ kg}}} = 1,4 \text{ Hz}$$

Stran 126, naloga 4

Utež na prožni vzmeti niha harmonično s frekvenco 12 Hz. Kolikšen je največji pospešek, če je največja hitrost 20 cm/s?

$$\nu = 12 \text{ Hz}$$

$$v_0 = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_0 = ?$$

Razlaga

Odmik od ravnovesne lege, hitrost in pospešek harmoničnega (sinusnega) nihanja smo spoznali v poglavju (8) – Harmonično nihanje:

$x = x_0 \sin \omega t$ kjer je x trenutna vrednost odmika od ravnovesne lege v odvisnosti od kota $\varphi = \omega t$

x_0 je maksimalni odmik od ravnovesne lege (amplituda)

$v = v_0 \cos \omega t$ kjer je v trenutna vrednost hitrosti v odvisnosti od kota $\varphi = \omega t$

$v_0 = \omega x_0$ je maksimalna (ali temenska) hitrost

$a = -a_0 \sin \omega t$ kjer je a trenutna vrednost pospeška v odvisnosti od kota $\varphi = \omega t$

$a_0 = \omega v_0 = \omega^2 x_0$ je maksimalen pospešek

Rešitev:

$$a_0 = \omega v_0 = 2\pi \nu v_0$$

$$a_0 = 2\pi \cdot 12 \text{ s}^{-1} \cdot 0,2 \text{ m s}^{-1} = 15 \text{ m/s}^2$$

Stran 126, naloga 5

Utež na prožni vzmeti s konstanto 1,5 N/cm potegnemo za 20 cm iz ravnovesne lege in nato spustimo. S kolikšno kinetično energijo se utež vrne v ravnovesno lego

$$k = 1,5 \frac{N}{cm} = 150 \frac{N}{m}$$

$$x_0 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$$

$$W_k = ?$$

Razlaga

Ko potegnemo utež iz ravnovesne lege s tem napnemo vzmet in ji damo prožnostno energijo:

$$W_{pr maks} = \frac{kx_0^2}{2}$$

Ko utež spustimo, se njena kinetična energija postopno pretvarja v kinetično energijo tako, da sta vsak trenutek vsota $W_k + W_{pr} = W_{k maks} = W_{pr maks}$.

V ravnovesni legi se torej celotna prožnostna energija pretvori v kinetično energijo:

$$W_{k maks} = W_{pr maks}$$

Rešitev:

$$W_{k maks} = W_{pr maks} = \frac{kx_0^2}{2}$$

$$W_{k maks} = \frac{150 \cdot 0,2^2}{2} \left[\frac{Nm^2}{m} = Nm = J \right]$$

$$\underline{W_{k maks} = 3 J}$$

Utež s prožno vzmetjo niha v vodoravni smeri (na gladki podlagi). V kakšnem razmerju sta kinetična in prožnostna energija tega nihala v trenutku, ko je telo oddaljeno od ravnovesne lege za polovico amplitude?

$$x = \frac{x_0}{2}$$

$$W_k/W_{pr} = ?$$

Razlaga

Ko potegnemo utež iz ravnovesne lege s tem napnemo vzmet in ji damo prožnostno energijo:

$$W_{pr maks} = \frac{kx_0^2}{2}$$

Ko utež spustimo, se njena kinetična energija postopno pretvarja v kinetično energijo tako, da sta vsak trenutek vsota $W_k + W_{pr} = W_{k maks} = W_{pr maks}$.

Pri odmiku od ravnovesne lege x velja torej:

$$W_k + \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2}$$

Rešitev:

$$W_k = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} \left(x_0^2 - \left(\frac{x_0}{2} \right)^2 \right) = \frac{k}{2} \frac{3x_0^2}{4} = \frac{3}{4} \frac{kx_0^2}{2} = \frac{3}{4} W_{pr maks}$$

$$W_p = \frac{1}{4} W_{pr maks}$$

$$\frac{W_k}{W_{pr}} = \frac{3}{1}$$

7. Vedro na vrvi niha približno harmonično, tako da gre skozi ravnovesno lego vsakih 1,2 s. Približno kakšna je dolžina vrvi?

$$\frac{t_0}{2} = 1,2 \text{ s} \Rightarrow t_0 = 2,4 \text{ s}$$

$l = ?$

Razlaga

Vedro na vrvi je težno nihalo, kjer se pretvarjata potencialna energija vedra v kinetično energijo in obratno.

Oceno nihalnega časa naredimo s pomočjo preproste oblike težnega nihala. To je nitno nihalo, kjer točkasto telo visi na lahki vrvi.

Nihalo po desni sliki izmaknemo iz ravnovesne lege. Po drugem Newtonovem zakonu velja, da je:

$$F = ma$$

Pri tem je:

$$F = F_g \sin \varphi = mg \sin \varphi \cong mg \varphi = mg \frac{s_0}{l}$$

(Pri majhnem kotu je sinus kota enak kotu – nihalo je približno harmonično le za majhne kote!)

in pospešek a :

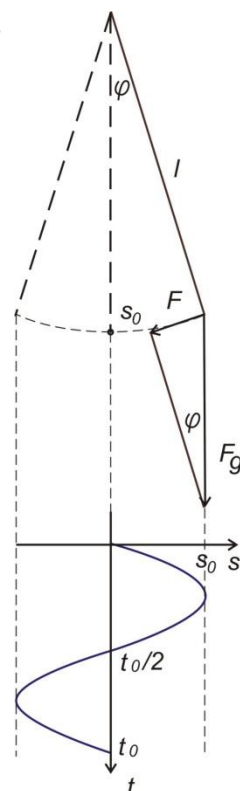
$$a = \omega^2 s_0$$

Dobimo:

$$mg \frac{s_0}{l} = m \omega^2 s_0$$

Kotna hitrost (krožna frekvenca), frekvenca in nihajni čas so:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} \quad t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



Rešitev:

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l = \frac{g t_0^2}{4\pi^2}$$

$$l = \frac{10 \text{ m} (2,4)^2 \text{ s}^2}{\text{s}^2 4\pi^2} = 1,4 \text{ m}$$

8. S kolikšnim nihajnim časom niha dolgo nitno nihalo, ki visi s stropa 15 m dvorane?

$$l = 15 \text{ m}$$

$$t_0 = ?$$

Rešitev:

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{15 \text{ m s}^2}{10 \text{ m}}} = 7,7 \text{ s}$$

9. Z nitnim nihalom se (v mislih) preselimo na drugi planet, kjer je težni pospešek 4 – manjši. Za kolikšen faktor se pri tem spremeni nihajni čas tega nihala?

$$g_1 = \frac{g}{4}$$

$$\frac{t_1}{t_0} = ?$$

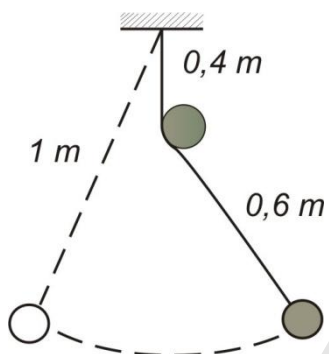
Rešitev:

$$t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{4l}{g}} = 2 \left(2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \right) = 2t_0$$

$$\frac{t_1}{t_0} = 2$$

Nihajni čas se dvakrat podaljša

10. Nitno nihalo z dolžino 1,0 m niha tako, da nitka zadeva ob čep, ki je 0,4 m pod vrliščem (kot kaže slika). S kolikšnim nihajnim časom niha?



$$l_1 = 1 \text{ m}$$

$$l_2 = 1 \text{ m} - 0,4 \text{ m} = 0,6 \text{ m}$$

$$t_0 = ?$$

Rešitev:

Nihalo niha polovico nihajnega časa (periode) z časom, ki ga določa vrstica l_1 in polovico s časom, ki ga določa vrstica l_2 :

$$t_0 = \frac{t_{01}}{2} + \frac{t_{02}}{2} = \pi \left(\sqrt{\frac{l_1}{g}} + \sqrt{\frac{l_2}{g}} \right)$$

$$t_0 = \pi \left(\sqrt{\frac{1 \text{ m s}^2}{10 \text{ m}}} + \sqrt{\frac{0,6 \text{ m s}^2}{10 \text{ m}}} \right) = 1,8 \text{ s}$$