

Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

A.Blaznik, J.Dolenšek, A.Tomec: REALNA ŠTEVILA. LINEARNA FUNKCIJA

Poglavje V: LINEARNA FUNKCIJA, ENAČBA IN NEENAČBA

Uporaba enačb

Stran 66, naloga 166, 167, 168, 169 170, 171

Nal. 166. Če neko število povečamo za 1 in isto zmanjšamo za 1, sta dobljeni števili v razmerju 4:3. Poišči število.

Nal. 167. Tri števila so v razmerju 4:7:9. Vsota prvih dveh števil je za 10 večja od tretjega števila. Katera števila so to?

Nal. 168. Dve števili sta v razmerju 8:5. Če prvo število zmanjšaš za 8,5, drugo pa povečaš za 0,5, sta tako dobljeni števili enaki. Zapiši števili.

Nal. 169. Razdeli število 45 na dve števili tako, da bo  $\frac{7}{5}$  prvega števila za 1 več kot  $\frac{2}{3}$  drugega števila.

Nal. 170. Notranji koti v trikotniku so v razmerju 11:12:13. Koliko meri vsak?

Nal. 171. V trikotniku meri kateta 8 cm, hipotenuza pa je za 14 cm manjša od obsega. Izračunaj stranice trikotnika.

Nal. 166. Če neko število povečamo za 1 in isto zmanjšamo za 1, sta dobljeni števili v razmerju 4:3. Poišči število.

$x$	neko število
$x+1$	neko število povečam za 1
$x-1$	to isto število zmanjšam za 1
$(x+1):(x-1)$	je razmerje dobljenih števil
$(x+1):(x-1)=4:3$	dobljeni števili sta v razmerju 4 proti 3

Rešim enačbo:

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{3} \cdot (x-1)$$

$$3(x+1) = 4(x-1)$$

$$3x+3 = 4x-4$$

$$-x = -7$$

$$\underline{x = 7} \quad \text{To je iskano število.}$$

Preizkus obvezno naredim po tekstu:

$$7+1=8 \quad \text{Število povečam za 1}$$

$$7-1=6 \quad \text{Število zmanjšam za 1}$$

In preverim, če sta dobljeni števili v iskanem razmerju:

$$8:6 = \frac{8}{6} = 4:3 \quad \text{Števili sta v razmerju 4:3, torej je 7 pravo število.}$$

Nal. 167. Tri števila so v razmerju 4:7:9. Vsota prvih dveh števil je za 10 večja od tretjega števila. Katera števila so to?

a, b, c tri števila

a:b:c=4:7:9 tri števila so v razmerju 4:7:9

a+b vsota prvih dveh števil

a+b>c vsota prvih dveh števil je večja od tretjega števila. Ker je prva stran za 10 večja od desne, moramo na levi odšteti 10 ali pa na desni prišteti 10, da dobimo enakost leve in desne strani. Odštejem na levi 10, za vajo pa sami rešite tako, da na desni prištejete 10. Seveda mora biti končni rezultat isti.

a+b-10=c tako sem dobil eno zvezo med števili.

Sedaj pa še upoštevam, da so števila v znanem razmerju in zapišem:

$$a=4d$$

$$b=7d$$

c=9d in vstavim v enačbo

a+b-10=c, da dobim

$$4d+7d-10=9d$$

$$11d-9d=10$$

$$2d=10$$

$$\underline{d=5}$$

Zapišem vsa tri števila:

$$\underline{a = 4 \cdot 5 = 20}$$

$$\underline{b = 7 \cdot 5 = 35}$$

$$\underline{c = 9 \cdot 5 = 45}$$

Naredim preizkus po tekstu:

Števila so res v razmerju 4:7:9, ker je 20:35:45=4:7:9

Sedaj pa še seštejem prvi dve števili

a+b=20+35=55 in ugotovim, da je ta vsota res za 10 večja od tretjega števila c=45.

Nal. 168. Dve števili sta v razmerju 8:5. Če prvo število zmanjšaš za 8,5, drugo pa povečaš za 0,5, sta tako dobljeni števili enaki. Zapiši števili.

$a, b$	dve števili
$a:b=8:5$	dve števili sta v razmerju 8:5
$a-8,5$	prvo število zmanjšamo za 8,5
$b+0,5$	drugo število povečamo za 0,5
$a-8,5=b+0,5$	dobljeni števili sta enaki. To je že zveza med števili. Sedaj pa še iz razmerja dobimo, da je
$a=8x$	
$b=5x$	stavim v enačbo – zvezo in dobim
$8x-8,5=0,5+5x$	
$80x-85=50x+5$	
$30x=90$	
$x=3$	zapišem obe števili: $a=8 \cdot 3=24$ $b=5 \cdot 3=15$

Naredim še preizkus po tekstu.

Preverim, če sta števili v pravem razmerju

$a:b=24:15=8:5$	Razmerje okrajšam s 3 in ugotovim, da je prvi del izpolnjen. Sedaj pa še prvo število $a$ zmanjšam za 8,5
$a-8,5=24-8,5=15,5$	in drugo število povečam za 0,5
$b+0,5=15+0,5=15,5$	Ugotovim, da dobim isti rezultat. Torej je rešitev $a=24$ in $b=15$ pravilna.

Nal. 169. Razdeli število 45 na dve števili tako, da bo  $\frac{7}{5}$  prvega števila za 1 več kot  $\frac{2}{3}$  drugega števila.

Število 45 razdelim na dve števili  $x$  in  $y$ . Naj bo  $x$  prvo število in  $y$  drugo število.

$45 = x + y$	dobim prvo zvezo med številoma
$\frac{7}{5}x$	$\frac{7}{5}$ prvega števila
$\frac{2}{3}y$	$\frac{2}{3}$ drugega števila
$\frac{7}{5}x > \frac{2}{3}y$	leva stran je večja od desne, zato na levi 1 odštejem, da dobim enako kot na desni:

$$\frac{7}{5}x - 1 = \frac{2}{3}y$$

dobim drugo zvezo med istima številoma.

Tako dobim dve linearni enačbi z dvema neznankama (glej sistem linearnih enačb 2x2).

Rešim na zamenjalni način. Iz prve zveze izrazim x:

$$x = 45 - y$$

in to vstavim v drugo zvezo:

$$\frac{7}{5}(45 - y) - 1 = \frac{2}{3}y \cdot 15$$

$$21(45 - y) - 15 = 10y$$

$$945 - 21y - 15 = 10y$$

$$-31y = 930$$

$$\underline{y = 30}$$

Vstavim v  $x = 45 - y$  in dobim

$$\underline{x = 45 - 30 = 15}$$

Naredim preizkus po tekstu:

$$\frac{7}{5}x = \frac{7}{5} \cdot 15 = 21$$

$$\frac{2}{3}y = \frac{2}{3} \cdot 30 = 20$$

Vidim, da je  $\frac{7}{5}$  prvega števila res za 1 večje kot  $\frac{2}{3}$  drugega števila.

**Nal. 170. Notranji koti v trikotniku so v razmerju 11:12:13. Koliko meri vsak?**

$\alpha, \beta, \gamma$

notranji koti v trikotniku. Kot vemo, je vsota notranjih kotov v trikotniku vedno  $180^{\circ}$ . Torej zapišem to z enačbo:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}$$

in dobim prvo zvezo med koti.

$$\alpha : \beta : \gamma = 11 : 12 : 13$$

zapis danega razmerja kotov. Iz razmerja pa zapišem:

$$\alpha = 11t$$

$$\beta = 12t$$

$$\gamma = 13t$$

ter to vstavim v prvo zvezo.

$$11t + 12t + 13t = 180$$

$$36t = 180$$

$$t = 5$$

Zapišem kote:

$$\underline{\alpha = 11 \cdot 5 = 55^{\circ}}$$

$$\underline{b = 12.5 = 60^0}$$

$$\underline{\gamma = 13.5 = 65^0}$$

Za preizkus seštejem  $\alpha + \beta + \gamma = 55^0 + 60^0 + 65^0 = 180^0$  in ugotovim, da je vsota res  $180^0$ .

Sedaj moram preveriti samo še, če so koti v pravem razmerju:

$$\alpha : \beta : \gamma = 55^0 : 60^0 : 65^0 = 11 : 12 : 13 \quad \text{po krajšanju razmerja s 5 vidim, da tudi razmerje drži.}$$

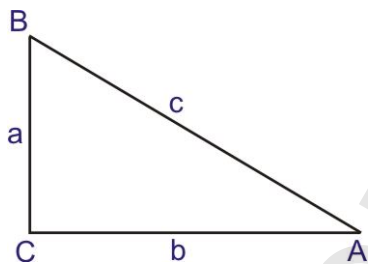
Torej notranji koti merijo:  $\underline{\alpha = 55^0}$

$$\underline{\beta = 60^0}$$

$$\underline{\gamma = 65^0}$$

**Nal. 171. V trikotniku meri kateta 8 cm, hipotenuza pa je za 14 cm manjša od obsega. Izračunaj stranice trikotnika.**

Imam pravokotni trikotnik. V njem velja Pitagorov izrek.



$$a = 8 \text{ cm}$$

$$\underline{c = ob - 14 \text{ cm}} \quad \text{hipotenuza je za 14 cm manjša od obsega}$$

$$b, c$$

$$ob = a + b + c$$

$$c = ob - 14 = a + b + c - 14$$

$$a + b = 14$$

$$8 + b = 14$$

$$\underline{b = 6 \text{ cm}}$$

c pa izračunamo po Pitagorovem izreku:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 64 + 36$$

$$\underline{c = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}}$$

**Preizkus po tekstu:** Izračunam obseg  $ob = a + b + c = 8 + 6 + 10 = 24$  in ugotovim, da je.

$$c = ob - 14 = 24 - 14 = 10. \text{ To zadostuje, da zapišem rezultat: } \underline{b = 6 \text{ cm}} \text{ in } \underline{c = 10 \text{ cm}}.$$