J. Dolenšek, M. Prosen, M. Vagaja: KOTNE FUNKCIJE. TRIGONOMETRIJA

Poglavje IV.: Grafa funkcij sinus in kosinus

**Naloga19m: Nariši graf funkcije:**

**Rešitev:**

$$f(x) = \left|2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{2}\right) + 1\right|$$

Graf

Izračunam ničle, maksimume in minimume funkcije.

$$f_1(x) = \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{2}\right)$$

N: $\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{2}\right) = 0$

$$\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{2} = \frac{\Pi}{2} + k\Pi \,/.2 \qquad k \in \mathbb{Z}$$

$$x - \Pi = \Pi + 2k\Pi$$

$$x = 2\Pi + 2k\Pi$$

$$x = 2\Pi(1 + k)$$

$k = -1$ $\quad x_{-1} = 0$

$k = 0$ $\quad x_0 = 2\Pi$

$k = 1$ $\quad x_1 = 4\Pi$

Te tri ničle nam določijo osnovno periodo od $-2\Pi$ do $2\Pi$. Torej je osnovna perioda $4\Pi$.

Vrišem ničle v koordinatni sistem.

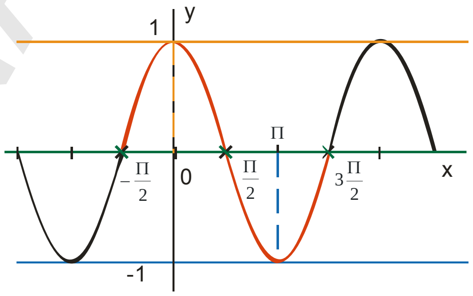
**Razlaga:**

Narisati moram graf funkcije

$$f(x) = A(\cos \omega x + \varphi) + B$$

Preprost način risanja je naslednji:

Narišemo osnovni val funkcije $f(x) = \cos x$ na intervalu $\left[-\frac{\Pi}{2}, \frac{3\Pi}{2}\right]$




Izračunam:

(a) ničle N: $f(x) = 0$

$$\cos x = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{\Pi}{2} + k\Pi$$

$k \in \mathbb{Z}$ $\quad \mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Za tri zaporedne k dobim tri zaporedne ničle, ki tvorijo osnovni val funkcije $f(x) = \cos x$ s periodo $2\Pi$.

k = 0 $\quad x_0 = \frac{\Pi}{2}$

k = 1 $\quad x_1 = \frac{3\Pi}{2}$

k = -1 $\quad x_{-1} = -\frac{\Pi}{2}$

Ničle se ponavljajo na $\Pi$!

M: $\cos(\frac{x}{2}-\frac{\Pi}{2})=1$

$\frac{x}{2}-\frac{\Pi}{2}=0^0+2k\Pi$ /.2 $\quad k\in\mathbb{Z}$

$x-\Pi=4k\Pi$

$k=\Pi+4k\Pi=\Pi(1+4k)$

$k=0 \qquad x=\Pi$

m: $\cos(\frac{x}{2}-\frac{\Pi}{2})=-1$

$\frac{x}{2}-\frac{\Pi}{2}=\Pi+2k\Pi$ /.2

$x-\Pi=2\Pi+4k\Pi$

$x=3\Pi+4k\Pi=\Pi(3+4k)$

k = 0: $x_0=3\Pi$

V eni nalogi zadostuje, da enkrat samkrat napišem , da je:

$k\in\mathbb{Z}$

Tako imam narisan graf

$f_1(x)=\cos(\frac{x}{2}-\frac{\Pi}{2})$

Sedaj raztegnem graf $f_1(x)$ za 2 in dobim: $f_2(x)=2\cos(\frac{x}{2}-\frac{\Pi}{2})$

2 je sedaj amplituda. Vsak y funkcije $f_1(x)$ množim z 2. Ničle ostanejo na istem mestu, saj je 0 . 2 vedno 0.

Sedaj pa graf funkcije $f_2(x)$ premaknem po y osi za eno navzgor in dobim:

(b) MAKSIMUME M: f(x) = 1 Iz te enačbe dobim x-e maksimumov, pri kateri funkcija $f(x)=\cos x$ zavzame največjo vrednost 1.

$\cos x=1$

$x=0^0+2k\Pi$

$k\in\mathbb{Z}$

Za k = 0 dobim x maksimuma osnovnega vala:

$k=0 \qquad x_0=0^0$

(c) minimum m: $f(x)=-1$

$\cos x=-1$

$x=\Pi+2k\Pi$

$k\in\mathbb{Z}$

Za k = 0 dobim x minimuma osnovnega vala:

$k=0 \qquad x_0=\Pi$

$$f_3(x) = 2\cos(\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{2}) + 1$$

Končen graf je <u>absolutna vrednost</u> podane funkcije. Zato vse, kar je pod x osjo zrcalim čez x os, kar je bilo prej nad x osjo pa ostane isto. Tako dobim končen graf $f(x)$.

<u>Absolutna vrednost funkcije</u> je po definiciji:

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) \text{ za } f(x) \geq 0 \\ -f(x) \text{ za } f(x) < 0 \end{cases}$$

Grafično to pomeni, da del grafa, ki je pod x osjo zrcalim čez x os, kar je nad x osjo pa ostane.