J. Dolenšek, M. Prosen, M. Vagaja: KOTNE FUNKCIJE. TRIGONOMETRIJA

Poglavje VI.: Grafa funkcij tangens in kotangens

Stran 30, naloga15b: Nariši graf funkcije:

Rešitev:

$f(x) = 2ctg(x - \Pi)$

Graf

$y_1 = ctg(x - \Pi)$

$y_y = \dfrac{\cos(x-\Pi)}{\sin(x-\Pi)}$

Najprej poiščem ničle in pole funkcije y_1. Razteg za 2 v smeri y naredim na koncu.

N: $\cos(x - \Pi) = 0$

Glej graf kotne funkcije $y = \cos x$

$x - \Pi = \dfrac{\Pi}{2} + k\Pi$

$x = \dfrac{3\Pi}{2} + k\Pi$

$k \in \mathbb{Z}$

k=0 $x_0 = \dfrac{3\Pi}{2}$

k=-1 $x_{-1} = \dfrac{\Pi}{2}$

Razlaga:

Najprej moram znati narisati $f(x) = ctgx$. Narišem jo tako, da upoštevam zvezo $ctgx = \dfrac{\cos x}{\sin x}$, torej moram poiskati najprej ničle N in pole P, pri čemer upoštevam, da velja $ctg(x + k\Pi) = ctgx$

$k \in \mathbb{Z} = \{0, \pm1, \pm2, ...\}$.

Sedaj narišem graf funkcije $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

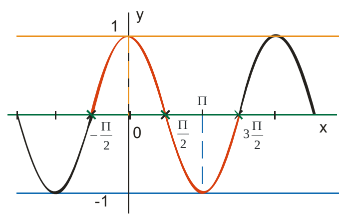
N: števec=0

$\cos x = 0$

$x = \dfrac{\Pi}{2} + k\Pi$

$k \in \mathbb{Z}$

k=0; $x_0 = \dfrac{\Pi}{2}$



P: imenovalec=0

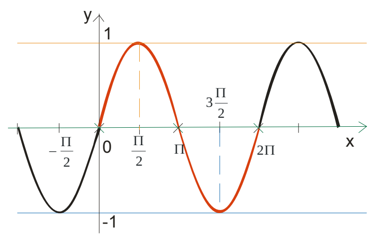
$\sin x = 0$

$x = 0^0 + k\Pi$

$k \in \mathbb{Z}$

k=0; $x_0 = 0$

k=1; $x_1 = \Pi$



Tu dobim definicijsko območje D_f za funkcijo tako, da od $\mathbb{R}$ odštejem pole (v katerih funkcija ni

P: $\sin(x-\Pi)=0$

$$x-\Pi=0^0+k\Pi$$

$$x=\Pi+k\Pi \qquad k\in\mathbb{Z}$$

k=0 $\quad k=\Pi$

Narišem graf $y_1(x)$. Sedaj pa naredim še razteg v smeri y in dobim graf funkcije:

$f(x)=2ctg(x-\Pi)$

Kot vidim, je graf identičen kot za $f(x)=ctgx$

Tu se tudi vidi, da je Π perioda funkcije $f(x)=ctgx$.

Lahko pa graf narišem tudi s premiki in raztegi.

Narišem:

1) $y_1=ctgx$ in graf premaknem za Π v desno po x. Dobim $y_2=ctg(x-\Pi)$ in nato vsak y množim z 2, da dobim iskani graf.

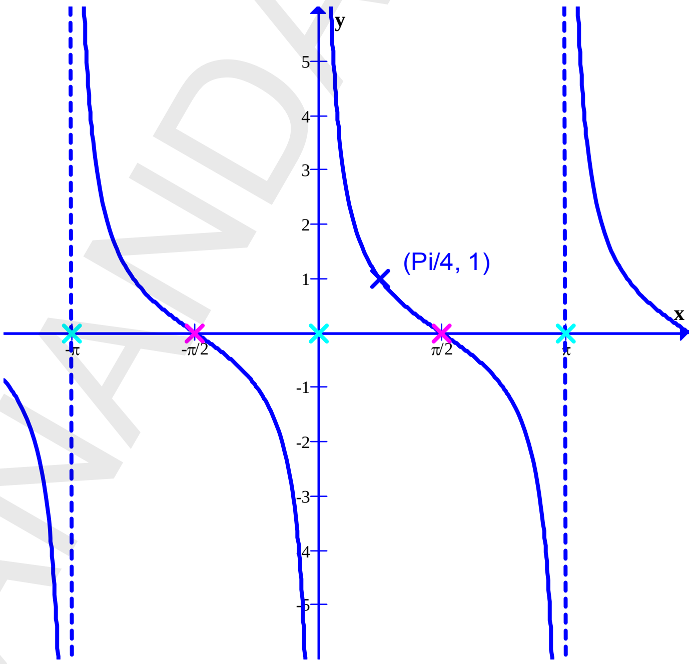
2) $y=2ctg(x-\Pi)$

definirana)

$D_f=\mathbb{R}-\{k\Pi\}$

Za graf v pravokotni koordinatni sistem vrišem ničle in pole in v polih tudi navpične asimptote.

Tako ničle kot asimptote se ponavljajo na Π.



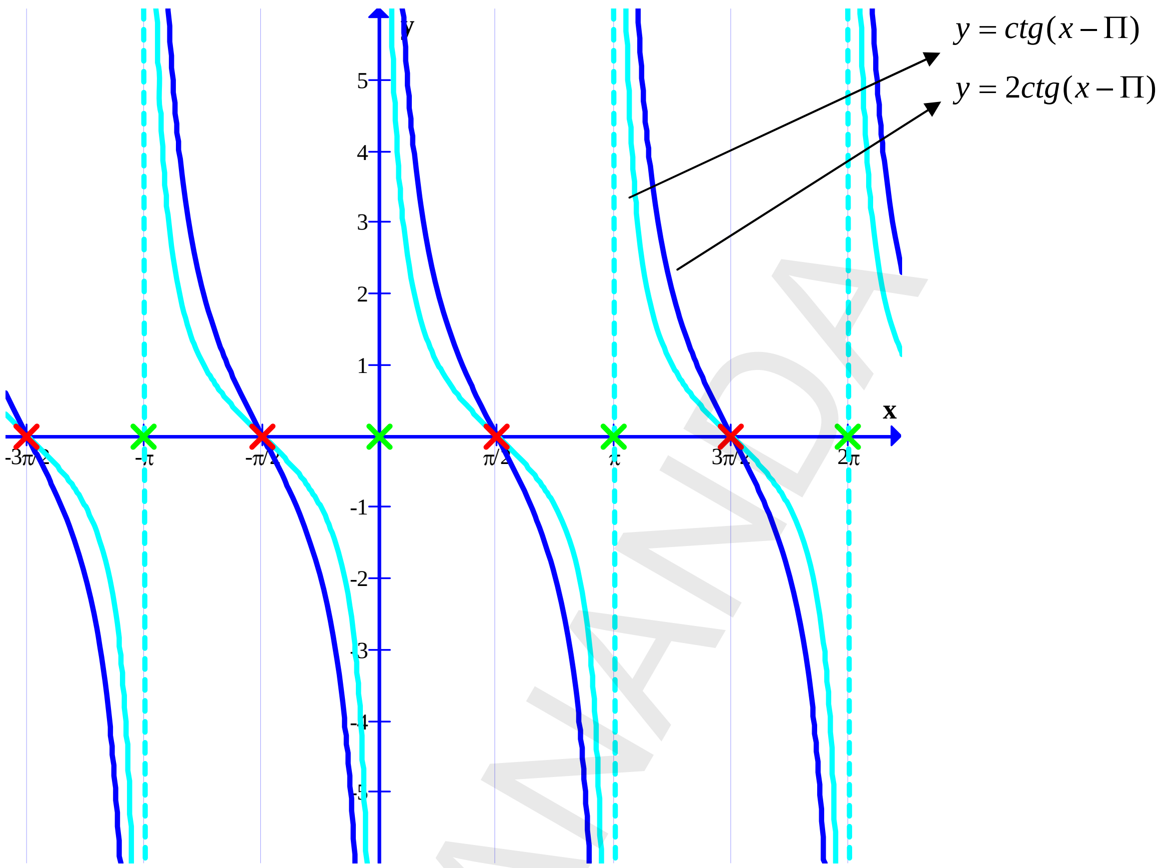
Med dvema zaporednima ničlama je vedno pol.

Tako, kot je med dvema zaporednima poloma vedno ničla. Za graf zadostuje, da izračunam samo ničle ali samo pole.

Sedaj pa izberem še točko (kot pri racionalni funkciji), da vem, kako začeti risati graf.

Vzamem $x=\frac{\Pi}{4}\Rightarrow f(\frac{\Pi}{4})=ctg(\frac{\Pi}{4})=1$

Ugotovim, da točka $\left(\frac{\Pi}{4},1\right)$ leži na grafu. Narišem osnovni val na intervalu od $\left(0,+\frac{\Pi}{2}\right)$. Na ostalih intervalih se to ponavlja.



$y = ctg(x - \Pi)$
$y = 2ctg(x - \Pi)$
y
x
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-3π/2
-π
-π/2
π/2
π
3π/2
2π